

Winkelfunktionen

Sie sind bei Dreiecken anwendbar und beschreiben das Verhältnis von Seiten und Winkeln zueinander.

Bei **rechtwinkligen** Dreiecken gelten folgende Grundformeln:

Grundformel und Ableitungen

$$\tan \alpha = \frac{GK}{AK}$$

steht für betrachteten Winkel

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{GK}{AK}$$

$$GK = AK \times \tan \alpha$$

$$AK = \frac{GK}{\tan \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{AK}{H}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{AK}{H}$$

$$AK = H \times \cos \alpha$$

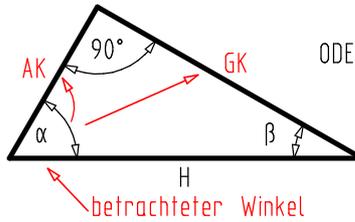
$$H = \frac{AK}{\cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{GK}{H}$$

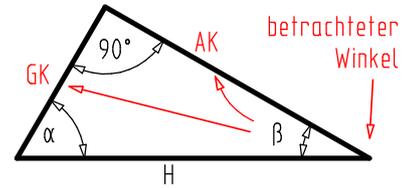
$$\alpha = \sin^{-1} \frac{GK}{H}$$

$$GK = H \times \sin \alpha$$

$$H = \frac{GK}{\sin \alpha}$$



ODER



Sind bei rechtwinkligen Dreiecken 2 Elemente gegeben, so können alle anderen Elemente ausgerechnet werden. Man wählt die entsprechende Winkelfunktion, bei der zwei Elemente gegeben sind.

- H = Hypotenuse = die längste Seite.
- GK = Gegen-Kathete = dem Winkel gegenüberliegend.
- AK = An-Kathete = am Winkel anschließend.

Bei **schiefwinkligen** Dreiecken gilt der Sinus- und Cosinussatz:

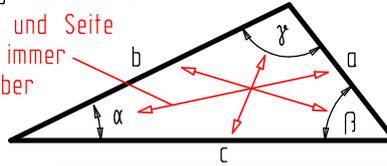
Der Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Daraus ergibt sich z.B.

$$a = \frac{b}{\sin \beta} \times \sin \alpha = \frac{c}{\sin \gamma} \times \sin \alpha$$

Winkel und Seite liegen immer gegenüber



Bei schiefwinkligen Dreiecken benötigt man 3 Elemente, aber mindestens eine Länge.

Bei 2 Seiten und dem eingeschlossenen Winkel verwendet man den Cosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right)$$

Winkelfunktionen

Sie sind bei Dreiecken anwendbar und beschreiben das Verhältnis von Seiten und Winkeln zueinander.

Bei **rechtwinkligen** Dreiecken gelten folgende Grundformeln:

Grundformel und Ableitungen

$$\tan \alpha = \frac{GK}{AK}$$

steht für betrachteten Winkel

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{GK}{AK}$$

$$GK = AK \times \tan \alpha$$

$$AK = \frac{GK}{\tan \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{AK}{H}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \frac{AK}{H}$$

$$AK = H \times \cos \alpha$$

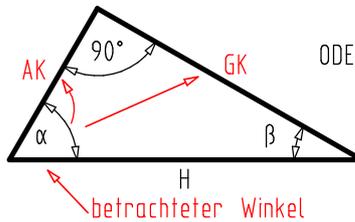
$$H = \frac{AK}{\cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{GK}{H}$$

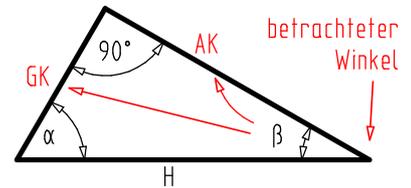
$$\alpha = \sin^{-1} \frac{GK}{H}$$

$$GK = H \times \sin \alpha$$

$$H = \frac{GK}{\sin \alpha}$$



ODER



Sind bei rechtwinkligen Dreiecken 2 Elemente gegeben, so können alle anderen Elemente ausgerechnet werden. Man wählt die entsprechende Winkelfunktion, bei der zwei Elemente gegeben sind.

- H = Hypotenuse = die längste Seite.
- GK = Gegen-Kathete = dem Winkel gegenüberliegend.
- AK = An-Kathete = am Winkel anschließend.

Bei **schiefwinkligen** Dreiecken gilt der Sinus- und Cosinussatz:

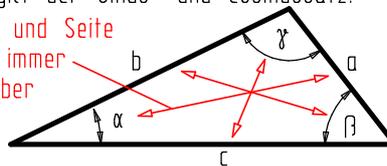
Der Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Daraus ergibt sich z.B.

$$a = \frac{b}{\sin \beta} \times \sin \alpha = \frac{c}{\sin \gamma} \times \sin \alpha$$

Winkel und Seite liegen immer gegenüber



Bei schiefwinkligen Dreiecken benötigt man 3 Elemente, aber mindestens eine Länge.

Bei 2 Seiten und dem eingeschlossenen Winkel verwendet man den Cosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha}$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right)$$